

Пример приведения матрицы к треугольному (ступенчатому) виду методом Гаусса

Треугольная матрица — матрица, в которой все элементы ниже главной диагонали равны нулю.

Пример №1

Дана матрица размером 3x3;

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 6 \\ 5 & -10 & 4 \\ -9 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

1.1 Для простоты решения (что бы не было дробей) необходимо, что бы первый элемент первой строки был равен единице, поэтому ко второй строке добавляем первую строку и меняем их местами;

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 6 \\ 5 & -10 & 4 \\ -9 & -1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{(2)+(1)} \begin{pmatrix} -4 & 3 & 6 \\ 5+(-4) & -10+3 & 4+6 \\ -9 & -1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -4 & 3 & 6 \\ 1 & -7 & 10 \\ -9 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

1.2 Меняем местами первую строку со второй;

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 6 \\ 1 & -7 & 10 \\ -9 & -1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{(1) \leftrightarrow (2)} \begin{pmatrix} 1 & -7 & 10 \\ -4 & 3 & 6 \\ -9 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Следующим шагом нужно обнулить первые элементы второй и третьей строки (-4 и -9). Для этого из второй строки вычитаем первую строку, умноженную на первый элемент второй строки, т.е. на -4, тем самым обнулится первый элемент второй строки. Тоже самое проделываем с третьей строкой, только умножаем первую строку на первый элемент третьей строки (-9)

$$\begin{pmatrix} 1 & -7 & 10 \\ -4 & 3 & 6 \\ -9 & -1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} (2) - (-4) \cdot (1) \\ (3) - (-9) \cdot (1) \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & -7 & 10 \\ -4 - (-4) \cdot 1 & 3 - (-4) \cdot (-7) & 6 - (-4) \cdot 10 \\ -9 - (-9) \cdot 1 & -1 - (-9) \cdot (-7) & 1 - (-9) \cdot 10 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -7 & 10 \\ 0 & -25 & 46 \\ 0 & -64 & 91 \end{pmatrix}$$

*Если обнуляемый элемент является отрицательным, тогда проще, к этой строке добавить первую строку, умноженную на этот же элемент противоположного знака, т.е. $(2) - (-4) \times (1) = (2) + 4 \times (1)$

3. Для того что бы обнулить второй элемент третьей строки (-64) и превести матрицу к треугольному виду, желательно второй элемент второй строки (-25) привести к 1-е, но это долго и сложно, поэтому с ним ни чего не делаем.

4. Далее обнуляем второй элемент третьей строки, вычитая из неё вторую строку, умноженную на $64/25$, что приведёт матрицу к треугольному виду.

$$\begin{pmatrix} 1 & -7 & 10 \\ 0 & -25 & 46 \\ 0 & -64 & 91 \end{pmatrix} \xrightarrow{(3) - \frac{64}{25} \cdot (2)} \begin{pmatrix} 1 & -7 & 10 \\ 0 & -25 & 46 \\ 0 & -64 - \frac{64}{25} \cdot (-25) & 91 - \frac{64}{25} \cdot 46 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -7 & 10 \\ 0 & -25 & 46 \\ 0 & 0 & -26.76 \end{pmatrix}$$

Если Вам не понятен какой-либо шаг или у Вас есть вопросы по приведению матрицы к треугольному виду, вы всегда можете оставить свой комментарий на нашем [сайте](#) или решить ее, воспользовавшись нашим [онлайн - калькулятором](#).